

## JUMP MATH МЕТОДИКА ЗА ОСЪЩЕСТВЯВАНЕ НА НАСОЧЕНО ОТКРИВАТЕЛСТВО И АКТИВНО УЧЕНЕ

Силва Стоянова Тричкова

Първо ОУ „Св. св. Кирил и Методий“, Гоце Делчев

## JUMP MATH METHODOLOGY FOR TARGETED DISCOVERY AND ACTIVE LEARNING

Silva Stoyanova Trichkova

First Primary School „St. Cyril and St. Methodius“, Gotse Delchev

**Abstract:** The aim of this article is to show opportunities, which provide the innovative methodology Jump Math in the Maths education of the children in third grade. This method has been successfully applied for five years by the author of this report, who is a primary teacher in an innovative school.

Jump Math is a premise for active participation by the students and it creates a feeling of accomplishment, which motivates the students.

**Keywords:** Jump Math, mathematics, active studying, small steps, lots of examples, exercises

В практиката си като начален учител констатирах, че математиката е любим предмет в първи и във втори клас. Но постепенно в трети и четвърти клас затруднява много ученици, които не успяват да разберат и осмислят условията на задачите и отношенията между величините. Те налучкват избора на математическо действие и не се ръководят от съотношенията, заложили в дадените и търсените величини, от което проличава липса на трайни и задълбочени знания.

Подходът към преподаването в JUMP Math, довел до значителни подобрения в постиженията на учениците и обещаващи резултати в редица пилотни изследвания, се основава на метод, наречен „насочено откривателство“ или „микроизследване“<sup>1</sup>. В уроците на JUMP Math от учениците се очаква сами да извличат понятия и да решават задачи, но учителят винаги осигурява достатъчно точни насоки, за да може това да се случи при повече от учениците, а не само при малкото напреднали.

Всеки урок осигурява достатъчно преговор и упражнения чрез серия от въпроси с нарастваща трудност, предизвикателства и дейности, които помагат на учениците да развият увереност и да изследват понятията в поредица от постижими стъпки. Уроците включват и упражнения за смятане наум, игри и дейности с конкретни материали и богат набор от допълнителни задачи за бързите ученици. В края на всеки урок учениците работят с Тетрадките за ученика. Задачите в тези тетрадки съответстват точно на материала, преподаден по време на урока, така че учениците да могат да работят самостоятелно, за да затвърдят уменията и понятията от урока, а учителят да определи къде учениците се нуждаят от подкрепа.

Учебните тетрадки по JUMP Math са разработени така, че да осигуряват упражнения с насоки, когато се използват заедно с плановете на уроците. Разнообразните начини за представяне на математиката в JUMP Math се комбинират с насочените упражнения на малки стъпки, за да се постигне майсторство и разбиране на основните понятия.

**Пример.** Написвам на дъската *989* и моля учениците да определят реда на подчертаната цифра. (стотици). Раздавам на всички ученици по един екземпляр от ПМ Карти за редовете (единици, десетици, стотици). Всеки може да показва своите отговори. Учениците изрязват картите преди да започнем урока. Повтаряме с няколко дву- и трицифрени числа с една подчертана цифра.

Видоизменям задачата, като предлагам учениците да определят реда на определено число без да го подчертавам.

Упражнения: Напишете цифрите на числото в таблицата с редни единици;

- Попълнете празното място (В числото 327, цифрата \_ е в реда на стотиците; В числото 357, цифрата 5 означава .....)
- Какво означава цифрата 6 в 605? (600) В 306? (6) В 562? (60) В 406?

4. Попълнете празните места.

а) 472 има   4   стотици,   7   десетици и   2   единици.

б) 573 има \_\_\_\_\_ стотици, \_\_\_\_\_ десетици и \_\_\_\_\_ единици.

в) 821 има \_\_\_\_\_ стотици, \_\_\_\_\_ десетици и \_\_\_\_\_ единици.

г) 409 има \_\_\_\_\_ стотици, \_\_\_\_\_ десетици и \_\_\_\_\_ единици.

**БОНУС** ► 3 има \_\_\_\_\_ стотици, \_\_\_\_\_ десетици и \_\_\_\_\_ единици.

5. С колко повече блокчета десетици ви трябва, за да съставите 450 в сравнение с 422? Обяснете.

Фигура 1. Задачи с редни единици в състава на числово

1. Бинго с реда на цифрата. Начертавам на дъската голяма таблица с 3 колони и три реда (картата за бинго) и попълвам всяка клетка с трицифрено число. Например:

354	206	781
923	132	428
615	590	847

Фигура 2. Таблица с трицифрени числа

Преди урока написвам думата „стотици“ на малко листче, сгъвам го два пъти, така че думата да не се вижда; правя същото с думите „десетици“ и „единици“. Поставям трите сгънати листчета в кутия. По същия начин написвам цифрите от 0 до 9 на отделни листчета и ги поставям сгънати в друга кутия. Предлагам желаещ да изтегли (без да наднича) едно сгънато листче от „кутията с цифри“ и едно сгънато листче от „кутията с редове“. След това ученикът казва на висок глас какво е било изтеглено: например, ако са били изтеглени „9“ и „десетици“, ученикът казва: „9 в реда на десетиците“. Тогава всички ученици преглеждат картата за бинго, за да намерят число с 9 в реда на десетиците. Ако на картата за бинго има такова число (в случая 590), учениците го оградят. В противен случай не се оградява число. Сгъвам и връщам листчетата в съответните кутии и повтарям с друг желаещ. Играта се играе в сътрудничество и целят клас пчели, ако се оградят три числа в един ред.

Стремя се да давам на учениците достатъчно време за мислене. Позволявам им да развиват идеи самостоятелно, но често давам подсказки и насоки, когато е нужно. Задавам въпросите по няколко различни начина и давам на учениците време да помислят, преди да предложи отговор, така че всеки ученик да може да вдигне ръка и да достигне самостоятелно до идеята.

Модели на трицифрени числа с десетични блокчета: Казвам на учениците, че използваме едно блокче-десетица вместо 10 блокчета-единици. Питам: Какво можем да използваме вместо 10 блокчета-десетици? (едно блокче-стотица) Показвам как 10 блокчета-десетици могат да се подредят едно до друго, за да се получи 1 блокче-стотица. Поставям 10 блокчета-десетици върху блокчето-стотица.

Показвам модели с десетични блокчета без да използвам таблица с числата до 100 и учениците ми казват кое число е представено.

Пример: 4 блокчета-стотици, 0 блокчета-десетици, 8 блокчета-единици. (408) Показвам десетични модели на различни трицифрени и двуцифрени числа, а учениците написват кое число е представено: 412, 352, 160, 27, 518, 231.

- Учениците могат да използват листове с квадратчета, за да чертаят моделите. Демонстрирам пред учениците по-бърз начин за скициране на десетични модели без квадратната мрежа. Така учениците избират своя метод за скициране на десетични модели и се упражняват с голям брой примери: 45, 60, 74, 104, 251, 300, 260...

напишете числото.

	стотици	десетици	единици	число
а)	1	3	6	136
б)				
в)				

Фигура 3. Таблица с десетични модели

- Давам на учениците блокчета-единици, десетици и стотици. Те могат да работят и в групи (често моделират по двойки). Могат и да скицират отговорите, за да мога да проверя дали успешно са се справили с работата си.
- Скицирам десетични модели, в които стотиците, десетиците и единиците не са подредени правилно. А учениците определят числото, което е моделирано.

Тайната на работата с целия клас с едно и също темпо е използването на постоянно проверяване. Когато учениците не могат да следват урока, това е защото им липсват едно или две основни умения, необходими за този урок, или защото ги задържа нещо, което са усвоили погрешно и което може лесно да се поправи. Полагам усилие да забележа грешките или погрешно усвоеното веднага. Ако изчакам по-дълго, грешките се натрупват и става невъзможно да се разбере къде точно греша ученикът. За целта е полезно, че материалът е разбит на малки стъпки или отделни понятия. Тетрадките за ученика са идеалният инструмент за проверка на грешките и погрешно разбраното. JUMP Math материалите ни предлагат три нива за проверяване на знанията на учениците. Всеки урок съдържа разнообразни задачи, упражнения и дейности, които могат да се използват за формиращо проверяване по време на урока.

Имам готовност по време на урока да напиша бонус задачи на дъската за учениците, които свършат бързо със задачите или кратките тестове. Бонус задачи и разширения са включени в повечето планове на уроци.

Докато учениците, които са свършили бързо, работят по тези задачи, обикалям класа, за да проверя как се справят учениците, които работят по-бавно. Бонус задачите, които съставям, се стремя по принцип да представляват просто разширение на материала. Те не трябва да бъдат твърде трудни, за да успеят да уловят вниманието на учениците. Правя числата в задачите по-големи или въвеждам няколко нови условия или елементи, без да въвеждам нови умения или понятия. Учениците ми обичат да демонстрират колко много знаят, като работят с големи числа или с правила и процедури, които изглеждат като по-голямо предизвикателство.

Стремя се да въвеждам всеки отделен елемент информация един по един. Ние - учителите често неволно въвеждаме твърде много нова информация в един и същ момент. В опит да разберат последния елемент учениците могат да изгубят спомена или разбирането за предходния материал, дори и да е изглеждало, че са разбрали този материал напълно в момента на обяснението. Когато учениците са овладели дадено умение или понятие, леко повдигам нивото, като ги предизвиквам да решат задача или да отговорят на въпроси, които са съвсем малко по-трудни или сложни от предходните.

Поощрявам усилията, които учениците полагат. Тъй като уроците са разработени на стъпки, които всеки ученик може да овладее добре, похвалите ми са искрени. Една от причините, поради която децата толкова харесват JUMP Math, е, че справянето с математиката носи приятно възбуждане. Целта ми е учениците да усещат, че са въввлечени в откривателство, че са изправени пред поредица от все по-трудни предизвикателства, с които са убедени, че могат да се справят. Учениците са способни да разберат още по-добре понятията, дори ако бонус задачите залагат единствено на по-големи числа или повече условия и елементи. Освен преноса от по-малки към по-големи числа, учениците развиват способност да задържат

повече материал в работната си памет, да следват серия от стъпки в дадена процедура, да откриват модели със закономерности и да прилагат правила в ситуации с нарастваща сложност. Техните увереност и ниво на ангажираност също се подобряват.

Правя грешка и моля учениците да я поправят. Учениците много обичат да поправят грешки, допуснати от учителите им. Винаги можем да намерим начин да сгрешим по време на който и да е урок.

Копирам ПМ Карти за позиционна стойност на цифрата и изрязвам трите карти. Написвам на дъската числото 246 като оставям допълнително място между всички цифри. Задържам картата единици под 2. Питам: Поставих ли картата на правилното място? (не) 2 цифрата на единиците ли е? (не) Желаящ поставя картата под правилната цифра. (под б) Каня желаещи да поставят и останалите карти както трябва. Картите могат временно да се закрепват към дъската с тиксо или лепяща гума.

Пропускам да напиша елементите в поредица и давам възможност на учениците да кажат какво липсва. Мога например да попитам учениците кои числа липсват от следващите:

- Пиша на дъската: 74, 76, 78, , ,

Искам учениците да посочат трите числа, които следват. (80, 82, 84)

- Упражнения: Намерете следващите три четни числа.

а) 32, 34, 36 б) 14, 16, 18 в) 90, 92, 94 Бонус: 102, 104, 106 Отговори: а) 38, 40, 42 б) 20, 22, 24 в) 96, 98, 100 Бонус: 108, 110, 112;

- Намерете следващите три нечетни числа.

а) 31, 33, 35 б) 15, 17, 19 в) 89, 91, 93 Бонус: 101, 103, 105 Отговори: а) 37, 39, 41 б) 21, 23, 25 в) 95, 97, 99 Бонус: 107, 109, 111;

Търсим приложенията на понятията. Мога да кажа на учениците, че бройките в колона „Стойност“ представляват спестяванията на някой ученик и им предлагам да предвидят колко време ще отнеме да се спести дадена сума пари.

- Използвам някои задачи със сравнение за ситуации от реалния живот. Например: а) Майката на Роси е на 43 години. Майката на Ана е на 51 години. Чия майка е по-възрастна? б) Руми има 540 лева. Краси има 259 лева. Кой има повече пари?

Търся модели със закономерности в работата, която възлагам, и очаквам от учениците да описват моделите.

4. а) Използвайте попълнената половина, за да довършите по същия начин празната половина.

х	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2		4	6	8	10	12	14	16	18	20
3			9	12	15	18	21	24	27	30
4				16	20	24	28	32	36	40
5					25	30	35	40	45	50
6						36	42	48	54	60
7							49	56	63	70
8								64	72	80
9									81	90
10										100

б) Опишете всички закономерности, които виждате в реда за 8.

в) Потърсете четни и нечетни числа в колоната за 7. Какво забелязвате?

5. Сравнете реда за 2 с реда за 4. Какво забелязвате?

2	4	6	8	10	12	14	16	18	20
4	8	12	16	20	24	28	32	36	40

Фигура 4. Закономерности

Показвам таблица на стотиците от ПМ Таблицы на стотиците и казвам: Ще посочвам към четните числа, а вие ще казвате цифрата на единиците на глас. (2, 4, 6, 8, 0, 2, 4, 6, 8, 0, 2, 4 и така нататък). Питам: Ние знаем, че всички четни числа завършват на 0, 2, 4, 6 или 8, но има ли закономерност? (Да, 2, 4, 6, 8, 0

и след това се повтарят) Така че, ако дадено четно число завършва на 2, на какво ще завърши следващото четно число? (4) А какво ще кажем за числото след това? (6)

Показвам таблица на стотиците от ПМ Таблицы на стотиците и казвам: Ще посочвам към нечетните числа, а вие ще казвате цифрата на единиците на глас. (1, 3, 5, 7, 9, 1, 3, 5, 7, 9, 1, 3 и така нататък) Питам: Каква е закономерността при нечетните числа? (1, 3, 5, 7, 9)

Закономерности при кратните на 4.

4	8	12	16	20
24	28	32	36	40

Таблицата е на дъската и ограждаме цифрите на единиците за всички числа в колоната. Казвам: Тези числа са на мястото на единиците. Предлагам учениците да открият закономерности в таблицата.

Ако имат нужда от помощ, подсказвам: Какво можете да кажете за цифрата на мястото на единиците? (във всяка колона цифрата на мястото на единиците е една и съща, и така 4 в първата колона, 8 във втората, и т.н.) Начертавам отново таблицата за 4-ките, но този път поставям 0 на мястото на десетиците за кратните 4 и 8. Ограждам мястото на десетиците за всички числа в колона.

Питам: Какво можете да кажете за цифрата на мястото на десетиците? (Цифрата на мястото на десетиците е винаги с 2 повече, отколкото в реда по-горе) Казвам: И така, ако знаем първия ред, можем да пресметнем цифрите на мястото на десетиците на втория ред. Начертавам таблицата отново, но този път попълвам само първия ред, както е показано по-долу:

4	8	12	16	20
...	...	...	...	...

Като използвам таблица на четните кратни, искам учениците да попълнят първия ред чрез броене с прескачане по 4-ки. Съветвам ги да използват обсъжданите в клас закономерности, броене с прескачане или друга стратегия, за попълване на втория ред. Учениците трябва да попълнят сами цялата таблица за кратни на 4. За да разнообразя дейността, създавам таблици, които са частично попълнени по хаотичен начин и предлагам учениците първо да решат дали таблиците са за 2-ки или за 4-ки, а след това довършат таблиците. Също така може да има ученици, бързо научили таблицата, които да започнат да попълват таблица, започваща от 44.

Какви закономерности виждате в таблицата за кратните на 6?

6	12	18	24	30
36	42	48	54	60

(Цифрата на мястото на единиците е една и съща във всяка колона, цифрата на мястото на десетиците е винаги с 3 повече, отколкото в реда по-горе) За да помогна на учениците да разберат закономерността, посочвам например, че цифрата на мястото на единиците е 6 в първата колона, 2 във втората колона и т.н.

Това, което е разбираемо за един ученик, не винаги е разбираемо за друг. Учениците учат по различни начини. Разнообразните начини за поднасяне на материала позволяват да бъдат достигнати по-голям брой ученици. Пример - числовите оси са един от начините за представяне на произведения, чрез „броене през“. Учениците, които се срещнат с понятия, обяснени по различни начини, развиват по-задълбочено разбиране за самото понятие и могат по-добре да го обяснят. Те започват да правят връзки между различните начини на представяне

7	14	21
28	35	42
49	56	63

Тази таблица може да ни помогне да запомним изразите с умножение за числото 7. Питам: Забелязват ли някакви закономерности в таблицата? Подказвам: Какви закономерности забелязват в първата колона? (Цифрата на мястото на единиците нараства с 1) Какви закономерности забелязват във втората и третата колони? (Цифрата на мястото на единиците също нараства с 1) Как цифрите на мястото на десетиците се променят като слизат надолу по колоната? (Те нарастват с 2) Каква закономерност забелязват на мястото на единиците, докато четете по редовете? (Мястото на единиците намалява с 3) Какво се случва с мястото на десетиците, когато вървите по реда? (Цифрата на десетиците нараства с 1) Упражнения: 1.

Използваме таблицата за кратни на 7, за да попълним празните места.

а) ... е в позиция 7, така че  $7 \cdot 7 = \dots$  б) ... е в позиция 5, така че  $5 \cdot 7 = \dots$  в) ... е в позиция 6, така че  $6 \cdot 7 = \dots$  г) ... е в позиция 3, така че  $3 \cdot 7 = \dots$  д) ... е в позиция 4, така че  $4 \cdot 7 = \dots$  е) ... е в позиция 9, така че  $9 \cdot 7 = \dots$

Разширения: 1. Сю е започнала от 0 и е броила с прескачане по 7-ци. Всичките ѝ числа са нечетни. Правилно ли е броила с прескачане? Как разбрахте? Отговор: Не. Когато броим с прескачане по 7-ци, започвайки от 0, има и четни, и нечетни числа.

2. Джон е започнал от 0 и е броил с прескачане по 7-ци или по 3-ки. Той не е казал 27, но е казал 28. По кое число той е броил с прескачане? Отговор: Той е броил с прескачане по 7-ци (28 е кратно на 7, 27 е кратно на 3, но не на 7).

3. Джен е започнала от 0 и е броила с прескачане по 7-ци или по 3-ки. Тя не е казала 14, но е броила покрай него. По кое число тя е броила с прескачане? Отговор: Тя е броила с прескачане по 3-ки. Тя броила с прескачане 0, 3, 6, 9, 12, 15 и т.н. 4. Алис е започнала от 0 и е броила с прескачане по 3-ки, 5-ци или 7-ци. Тя е казала числото 12, докато е броила с прескачане. По кое число Алис е броила с прескачане? Отговор: Тя е броила с прескачане по 3-ки. 12 е кратно на 3, но не е кратно на 5 или 7. 5.

Тетрадките за ученика въвеждат понятията и уменията едно по едно с много възможности за упражнения. Учениците, които имат затруднения, могат да решат всички задачи от дадена страница, а бързите ученици могат да прескочат някои от задачите и да работят върху разширителните задачи от Ръководството за учителя.

В Тетрадките за ученика е намален броят на думите за страница и е използван ясен и прост език. Това позволява на всички ученици да имат равен достъп до материалите, независимо от нивото им на четене. Графичното оформление е изчистено, за да няма разсейване, което е особено полезно за деца, които имат нарушени способности за учене. Визуалните елементи, като карета, фигури, фон, черен текст и т.н. посочват промените в съдържанието, което помага на учениците да научат новите стъпки и идеи. Научните изследвания в сферата на педагогиката показват, че ако учителите направят проверка и започнат от ниво, което е подходящо за учениците им. Затова всяка от Тетрадките за ученика за всеки клас осигурява преговор преди въвеждането на нов материал.

Плановите на уроците обикновено следват следната структура: кратки обяснения, упражнения и бонус задачи, постепенно увеличаване на предизвикателството и следващо кратко обяснение, продължаване на цикъла. „Стъпката назад“ е задължителен елемент на урока. Тя дава възможност на учителя да провери дали са налице необходимите базисни знания, за да добави към тях ново учебно съдържание. Понякога е нужно да се припомни съвсем малко, за да може ученикът да участва пълноценно в урока.

Когато отговорът на някоя задача е прост, напр. състои се от една дума, кратка фраза или знак (напр. „+“ или „-“), каня учениците да покажат или сигнализират отговора си. Например, ако отговорът на въпрос или задача е „да“ или „не“, учениците могат да сигнализират с палци нагоре за „да“ и с палци надолу за „не“. Или ако някой ученик е дал отговор, останалите могат да сигнализират съгласие с палци нагоре или несъгласие с палци надолу. Учениците могат да сигнализират отговорите си, като показват фигури или знаци. Например, ако потенциалният отговор на задачата е „+“ или „-“, учениците могат да направят знака, който избират, с пръсти или ръце. Сигнализирането е полезно още когато имаме задачи с няколко възможни отговора: номерирам отговорите и моля учениците да вдигнат броя пръсти, който съответства на отговора, който смятат за верен. Държа учениците да сигнализират отговорите си в един и същ момент, за да се сведе до минимум преписването. Един от начините това да стане е, като се даде на учениците достатъчно време за мислене, след което да се поиска от всички да покажат отговорите си след отброяване до три. Уверявам се, че всички ученици познават механизма, преди да започна да го използвам в ситуации за усвояване на съдържание. Упражнявам предварително синхрона на сигнализирането на отговорите между учениците.

Организирам груповата работа, така че да насърча сътрудничество, справедливост и ефективно из-

ползване на времето. Насърчавам учениците да слушат, като им давам възможност да обобщават това, което други са казали преди тях, или да дадат на предходния говорил смислена обратна връзка или похвала.

Във всеки раздел от учениците се очаква: самостоятелно да откриват или продължават модели със закономерности или правила; да откриват какво се променя и какво остава непроменено в поредици от математически изрази; да прилагат наученото в нови ситуации. Децата много се вълнуват от откритията си и от това, че се справят с предизвикателствата, докато изучават материала. За много от тях това е първият случай, в който имат достатъчно мотивация да обърнат внимание на математически правила и модели със закономерности или да приложат знанията си в нови ситуации.

Моята роля като учител е да подхраня любопитството на учениците си. Ще съм удовлетворена, ако те търсят и прилагат ефективни подходи от Математиката при разрешаването на различни казуси в реалния живот.

**References:**

1. Klebanov, A. Mayton, J, Guidance for the teacher 3.1 and 3.2 (2019), Institute for progressive education, Jump Math Bulgaria, [www.jumpmath.org](http://www.jumpmath.org)
2. Mayton, J. Klebanov, A, (2019), Notebook for the student 3.1 and 3.2, [www.progresivno.org](http://www.progresivno.org)

**(Endnotes)**

1. <https://www.progresivno.org/ipe/>